

2017 m. Lietuvos 29-ojo fizikos čempionato

UŽDUOČIŲ SPRENDIMAI

2017 m. gruodžio 2 d.

(Kiekvienas uždavinys vertinamas 10 taškų, visa galimų taškų suma – 100)

1. Meteorologijos stotyse, vykdančiose standartinę matavimų programą, kritulių kiekis matuojamas kas šešias valandas. Tam tikslui naudojamas kritulmatis, turintis stataus cilindro formos indą, kuriame renkami krituliai. Šiame uždavinyje panagrinėsime, kaip matuojamas sniego tankis ore. Matavimo metu sniegas krinta vertikaliai žemyn $v = 0,60$ m/s greičiu. Per standartinį matavimo laiką ($t = 6$ val.) sniego aukštis inde pasidarė lygus $h = 15$ cm, o sniego tankis jame $\rho_0 = 0,15$ g/cm³. Koks yra sniego tankis ρ ore, jei snygis visą laiką buvo pastovus?

Sprendimas

Sniego tankis ore yra $\rho = \frac{m}{V}$, (2 taškai)

čia $m = \rho_0 Sh$ – sniego masė kritulmatyje (S – indo pagrindo plotas). (2 taškai)

$V = Svt$ – tūris, iš kurio iškrito sniegas. (2 taškai)

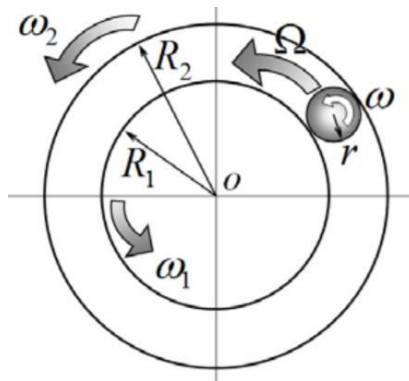
Todėl $\rho = \frac{\rho_0 h}{vt}$. (2 taškai)

Taigi, $\rho = 1,7$ g/m³ (2 taškai)

2. Sistema sudaryta iš dviejų besisukančių spindulio $R_1 = 10$ cm ir $R_2 = 11$ cm cilindų, tarp kurių be praslydimo juda mažas r spindulio cilindras (žr. pav.). Raskite kampinį greitį ω , kuriuo šis mažas r spindulio cilindras sukasi savo simetrijos ašies atžvilgiu bei kampinį greitį Ω , kuriuo jis juda sistemos centro O atžvilgiu. Vidinio cilindro sukimosi kampinis greitis (centro O atžvilgiu) yra $\omega_1 = 5,5$ rad/s, o išorinio cilindro – $\omega_2 = 7,5$ rad/s. Atsakymus pateikite šiems atvejams:

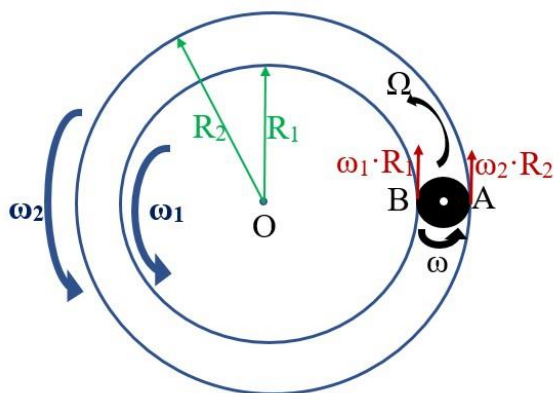
(a) išorinis ir vidinis cilindrai sukasi viena kryptimi (kaip parodyta pav.);

(b) išorinis ir vidinis cilindrai sukasi priešingomis kryptimis.



Sprendimas

Kadangi mažas cilindras juda be praslydimo, tai jo linijinio greičio vertės sąlyčio su dideliais cilindrais taškuose yra lygios atitinkamų didelių cilindų linijinio greičio vertėms tuose taškuose.



(a) Kai vidinis ir išorinis cilindrai sukasi viena kryptimi, gauname, kad:

$$\omega_2 R_2 = \omega r + \Omega(R_1 + r), \quad (1) \quad (1 \text{ taškas})$$

$$\omega_1 R_1 = -\omega r + \Omega(R_1 + r). \quad (2) \quad (1 \text{ taškas})$$

$$\text{Čia } r = \frac{R_2 - R_1}{2}.$$

Iš (1) ir (2) lygčių randame:

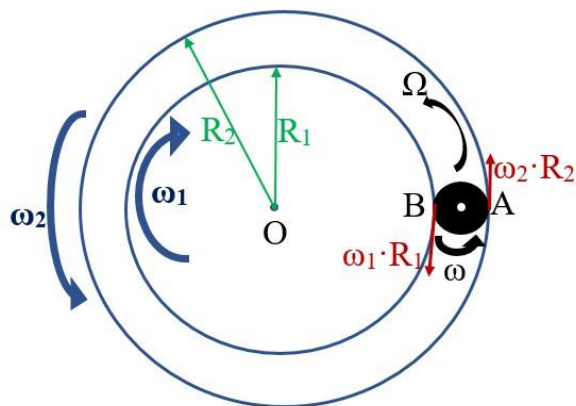
$$\omega_2 R_2 - \omega r = \omega_1 R_1 + \omega r, \quad 2\omega r = \omega_2 R_2 - \omega_1 R_1. \text{ Iš čia}$$

$$\omega = \frac{\omega_2 R_2 - \omega_1 R_1}{2r} = \frac{\omega_2 R_2 - \omega_1 R_1}{R_2 - R_1} = \frac{7,5 \cdot 11 \cdot 10^{-2} - 5,5 \cdot 10 \cdot 10^{-2}}{10^{-2}} \text{ rad/s} = 27,5 \text{ rad/s}. \quad (3) \quad (2 \text{ taškai})$$

Iš (1) ir (2) lygčių taip pat galime rasti ir dažnį Ω :

$$\omega_2 R_2 - \Omega(R_1 + r) = -\omega_1 R_1 + \Omega(R_1 + r), \quad 2\Omega(R_1 + r) = \omega_2 R_2 + \omega_1 R_1. \text{ Iš čia}$$

$$\Omega = \frac{\omega_2 R_2 + \omega_1 R_1}{2(R_1 + r)} = \frac{\omega_2 R_2 + \omega_1 R_1}{R_1 + R_2} = \frac{7,5 \cdot 11 \cdot 10^{-2} + 5,5 \cdot 10 \cdot 10^{-2}}{21 \cdot 10^{-2}} \text{ rad/s} \approx 6,5 \text{ rad/s}. \quad (4) \quad (2 \text{ taškai})$$



(b) Kai vidinis ir išorinis cilindrai sukasi priešingomis kryptimis, gauname, kad:

$$\omega_2 R_2 = \omega r + \Omega(R_1 + r), \quad (5) \quad (1 \text{ taškas})$$

$$\omega_1 R_1 = \omega r - \Omega(R_1 + r). \quad (6) \quad (1 \text{ taškas})$$

Tada iš (5) ir (6) lygčių randame ω :

$$\omega_2 R_2 - \omega r = -\omega_1 R_1 + \omega r, \quad 2\omega r = \omega_2 R_2 + \omega_1 R_1, \text{ taigi}$$

$$\omega = \frac{\omega_2 R_2 + \omega_1 R_1}{2r} = \frac{\omega_2 R_2 + \omega_1 R_1}{R_2 - R_1} = \frac{7,5 \cdot 11 \cdot 10^{-2} + 5,5 \cdot 10 \cdot 10^{-2}}{10^{-2}} \text{ rad/s} = 137,5 \text{ rad/s}. \quad (7) \quad (1 \text{ taškas})$$

Iš (5) ir (6) lygčių randame Ω : $\omega_2 R_2 - \Omega(R_1 + r) = \omega_1 R_1 + \Omega(R_1 + r), \quad 2\Omega(R_1 + r) = \omega_2 R_2 - \omega_1 R_1.$
Iš čia

$$\Omega = \frac{\omega_2 R_2 - \omega_1 R_1}{2(R_1 + r)} = \frac{\omega_2 R_2 - \omega_1 R_1}{R_1 + R_2} = \frac{7,5 \cdot 11 \cdot 10^{-2} - 5,5 \cdot 10 \cdot 10^{-2}}{21 \cdot 10^{-2}} \text{ rad/s} \approx 1,3 \text{ rad/s}. \quad (8) \quad (1 \text{ taškas})$$

3. Dvi kaladėlės, kurių masės m_1 ir m_2 , sujungtos lengva nedeformuota spyruokle ir padėtos ant horizontalios plokštumos. Trinties koeficientas tarp kaladėlių ir plokštumos μ . Kokia minimalia horizontaliai jėga reikia veikti kaladėlę m_1 , kad pajudėtų kaladėlė m_2 ?

Sprendimas

Veikiant horizontaliai jėgai spyruoklė, tarkime, suspaudžiama (galėtų būti ištempta – skirtumo nėra). Suspaudus ją dydžiu x , jėga atlieka darbą Fx , kuris bendru atveju (iki pajudant antrajai kaladėlei) sunaudojamas nugalėti trinčiai, slenkant pirmajai kaladėlei, spyruoklės suspaudimui ir pirmosios kaladėlės kinetinei energijai. (2 taškai)

Aišku, kad jėga bus minimali, kai ši kinetinė energija lygi 0. (2 taškai)

Taigi, $Fx = \mu m_1 gx + \frac{kx^2}{2}$, čia k – spyruoklės standumas. (2 taškai)

Antroji kaladėlė pajudės, kai suspausta spyruoklė veiks ją jėga $kx = \mu m_2 g$. (2 taškai)

Taigi, iš šių lygčių gauname:

$$F = \mu m_1 g + \frac{kx}{2}, \text{ ir pagaliau, išreiškę } x, F = \mu g \left(m_1 + \frac{m_2}{2} \right). \quad (2 \text{ taškai})$$

4. Į $S = 162 \text{ cm}^2$ pagrindo ploto ir $h = 25 \text{ cm}$ aukščio indą $\Delta V = 150 \text{ ml}$ tūrio porcijomis pilamas vanduo, kol indas užsipildo. Pradinė indo temperatūra $t_0 = 20^\circ\text{C}$, pirmosios vandens porcijos temperatūra $t_1 = 20^\circ\text{C}$. Kiekvienos kitos vandens porcijos temperatūra yra $\Delta t = 1^\circ\text{C}$ aukštesnė, nei prieš tai buvusios. Kokia nusistovės galutinė temperatūra t_x inde? Vandens tankis $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, vandens savitoji šiluma $c = 4200 \text{ J/(kg}\cdot^\circ\text{C)}$, indo šiluminė talpa $C = 3000 \text{ J/}^\circ\text{C}$ ($C = c^* \cdot m^*$, čia c^* – indo medžiagos savitoji šiluma, m^* – indo masė). Šilumos mainų su aplinka nepaisykite.

Sprendimas

Į indą, kurio tūris $V = Sh$, bus supilta $n = \frac{Sh}{\Delta V}$ porcijų vandens. (1 taškas)

Apskaičiavę gauname $n = 27$. (1 taškas)

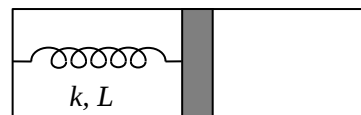
Taigi paskutinės vandens porcijos temperatūra $t = 46^\circ\text{C}$. (1 taškas)

Kadangi vandens porcijos vienodos ir temperatūra didėja tolygiai kas vieną laipsnį, tai viso supilto vandens vidutinė temperatūra $t_{\text{vid}} = \frac{t_1 + t}{2}$. $t_{\text{vid}} = 33^\circ\text{C}$. (2 taškai)

Pagal šilumos balanso lygtį galime parašyti: $C(t_x - t_0) = cn\rho\Delta V(t_{\text{vid}} - t_x)$. (3 taškai)

Iš čia: $t_x = \frac{Ct_0 + cn\rho\Delta V t_{\text{vid}}}{C + cn\rho\Delta V}$, ir $t_x \approx 31,1^\circ\text{C}$. (2 taškai)

5. Vakuume patalpintas horizontalus indas su masyviu stūmokliu, kuris ilgio L standumo k spyruokle surištas su indo uždaru galu. Iš pradžių spyruoklė buvo nedeformuota. Pro mažą skylutę į indo uždara dalį įleidus šiek tiek helio dujų ir nusistovėjus pusiausvyrai, spyruoklės ilgis padidėjo iki $2L$. Po to dujos buvo labai lėtai (taip išvengiant svyravimų) šildomos, kol spyruoklės ilgis padidėjo iki $3L$. Nustatykite, koks šilumos kiekis buvo suteiktas dujoms, jeigu žinoma, jog idealiųjų vienatomių dujų vieno atomo vidutinė kinetinė energija yra $E_k = \frac{3}{2}k_B T$, čia k_B – Bolcmano konstanta, T – dujų absoliuti temperatūra. Trinties ir indo bei spyruoklės šiluminės talpos nepaisykite.

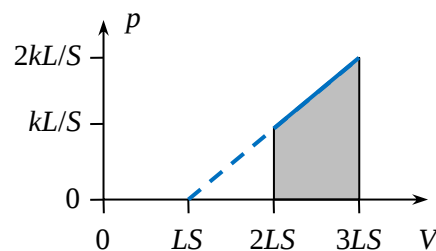


Sprendimas

Pažymėkime indo skerspjūvio plotą S . Tada dujų slėgis inde bus lygus $p(x) = kx/S$, čia x – spyruoklės pailgėjimas. Kita vertus, dujų užimamas tūris $V(x) = (L + x)S$. (2 taškai)

Iš čia gauname tiesinę priklausomybę tarp dujų slėgio ir jų tūrio: $p(V) = \frac{k}{S} \left(\frac{V}{S} - L \right)$.

Ši priklausomybė pavaizduota dešinėje: punktyrinė linija atitinka pirmąjį etapą, kai cilindras buvo pripildomas dujų, ištisinė – antrąjį etapą, kai šildomos dujos plėtėsi. Antrame etape besiplečiančios dujos atliko darbą A , kuris nubraižytoje pV diagramoje lygus pilka spalva pažymėtam plotui po $p(V)$



priklausomybe: $A = \frac{1}{2}LS \left(\frac{kL}{S} + 2 \frac{kL}{S} \right) = \frac{3}{2}kL^2$. (Šį darbą taip pat galima rasti ir kaip deformuotos spyruoklės energijų skirtumą $A = \frac{1}{2}k \left[(2L)^2 - L^2 \right]$.) (4 taškai)

Iš dujų būvio lygties $pV = nRT$ (čia $n = N/N_A$ – dujų kiekis moliais, N – dujų atomų skaičius, N_A – Avogadro skaičius, $R = N_A k_B$ – universalioji dujų konstanta) galime rasti dujų absoliučiąją

temperatūrą: $T(V) = \frac{p(V) \cdot V}{Nk_B} = \frac{k}{S^2 Nk_B} (V - LS)V$.

Taigi šildymo etapo pradžioje ir pabaigoje dujų temperatūra buvo lygi atitinkamai

$T_1 = T(2LS) = \frac{2kL^2}{Nk_B}$ ir $T_2 = T(3LS) = \frac{6kL^2}{Nk_B}$. (2 taškai)

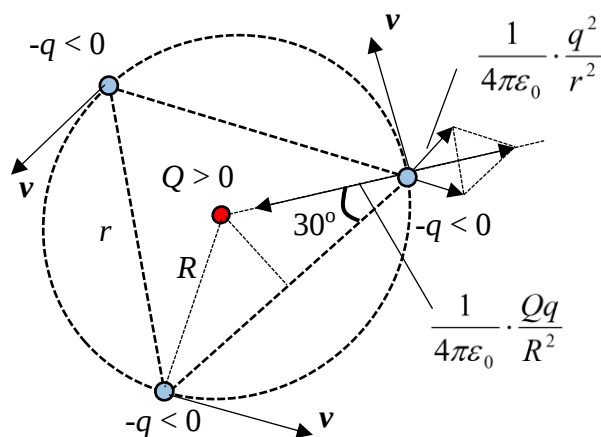
Todėl dujų vidinės energijos pokytis $\Delta U = N \cdot \Delta E_k = \frac{3}{2} N k_B (T_2 - T_1) = 6kL^2$. (1 taškas)

Pagaliau, iš pirmojo termodinamikos dėsnio gauname, jog dujoms suteiktas šilumos kiekis Q buvo panaudotas besiplečiančių dujų atliktam darbui ir jų vidinės energijos prieaugiui:
 $Q = A + \Delta U = \frac{15}{2} kL^2$. (1 taškas)

6. Apie taškinį krūvį $Q > 0$ apskritimine spindulio R orbita stabiliai sukasi trys vienodos masės m mažos dalelės, turinčios vienodus neigiamus krūvius $-q < 0$. Dalelės išsidėsčiusios lygiakraščio trikampio viršūnėse. Kokiu kampiniu greičiu ω sukasi dalelės? Kokiam krūvių santykiui q/Q galimas toks sukimasis?

Sprendimas

Brėžiame brėžinį su atitinkamomis krūvių sąveikos jėgomis ir krūvių išsidėstymu. (2 taškai)



Jei 3 vienodos dalelės sukasi apskritimo orbita apie jo centrą, tai kiekviena jų yra veikiamą įcentrinės jėgos. Nagrinėjant vieną dalelę, įcentrinę jėgą sukelia vektorinė suma traukos jėgos tarp krūvių $-q$ ir Q ir stūmos jėgų tarp tos dalelės krūvio $-q$ bei kitų dviejų dalelių krūvių $-q$ (žr. pav.). (1 taškas)

Užrašome šią įcentrinę jėgą:

$$\frac{mv^2}{R} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Qq}{R^2} - 2 \frac{q^2}{r^2} \cos 30^\circ \right), \quad (1)$$

čia v – kiekvienos dalelės greitis, r – atstumas tarp besisukančių dalelių (lygiakraščio trikampio kraštinės ilgis). (2 taškai)

Iš brėžinio ir elementarių geometrinių samprotavimų randame:

$$r = 2R \cos 30^\circ = \sqrt{3}R. \quad (1 taškas)$$

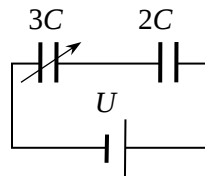
$$\text{Įrašę šią išraišką į (1) lygtį, randame dalelės greitį: } v = \sqrt{\frac{q}{4\pi\epsilon_0 m R} \left(Q - \frac{q}{\sqrt{3}} \right)}. \quad (1 taškas)$$

Žinodami linijinį greitį v , nesunkiai surandame kampinį sukimosi greitį:

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{q}{4\pi\epsilon_0 m R} \left(Q - \frac{q}{\sqrt{3}} \right)}. \quad (1 taškas)$$

Kad dalelės suktųsi, būtina įcentrinė jėga (atstojamoji vieną dalelę į centrą veikianti jėga turi būti nelygi 0). Tai įmanoma, jei $\left(Q - \frac{q}{\sqrt{3}}\right) > 0$. Taigi, $\frac{q}{Q} < \sqrt{3}$. (2 taškai)

7. Du plokšti oriniai kondensatoriai (vienas – reguliuojamos talpos, kitas – pastovios talpos $2C$) buvo nuosekliai prijungti prie idealaus įtampos U šaltinio (žr. pav.). Raskite kondensatoriuose sukauptus krūvius, kai reguliuojamojo kondensatoriaus talpa lygi $3C$. Kaip ir kiek kartų pasikeis šio kondensatoriaus talpa atstumą tarp jo plokštelių labai lėtai padidinus lygiai 3 kartus? Kokį mechaninį darbą prieš plokštelių elektrostatinės traukos jėgą reikia tam atlikti?



Sprendimas

Iš pradžių abiejų nuosekliai sujungtų kondensatorių krūviai $q_1 = U_1 \cdot 3C$ ir $q_2 = U_2 \cdot 2C$ buvo vienodi: $q_1 = q_2 = q_0$. Kita vertus, $U_1 + U_2 = U$, iš čia gauname pradinį kondensatorių krūvius $q_0 = \frac{6}{5}CU$. (2 taškai)

Orinio kondensatoriaus talpa yra atvirkščiai proporcinga atstumui tarp jo plokštelių ($C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$), todėl pastarąjį padidinus 3 kartus, kondensatoriaus talpa sumažės 3 kartus (iki $C'_1 = C$). (1 taškas)

Taigi analogiškai randame abiejų kondensatorių naujus krūvius: $q'_1 = q'_2 = q' = \frac{2}{3}CU$. (1 taškas)

Matome, jog kondensatorių krūvis sumažėjo dydžiu $\Delta q = q_0 - q' = \frac{8}{15}CU$. Perkeldamas tokį krūvį uždaroje grandinėje prieš savo poliškumą, elektrovaros šaltinis atliko darbą $A_{\text{salt}} = -\Delta q \cdot U = -\frac{8}{15}CU^2$. (2 taškai)

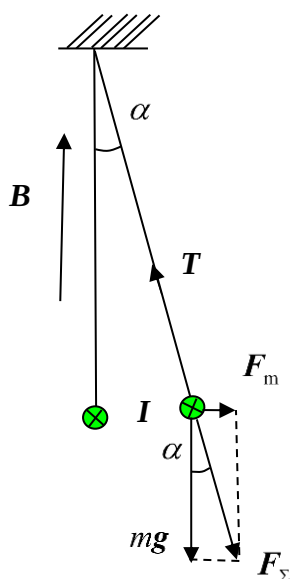
Pagaliau, iš energijos tvermės dėsnio turime: $W_0 + A + A_{\text{salt}} = W'$, čia $W_0 = \frac{q_0 U}{2} = \frac{3}{5}CU^2$ – pradinė abiejuose kondensatoriuose sukaupta energija; $W' = \frac{q' U}{2} = \frac{1}{3}CU^2$ – abiejuose kondensatoriuose sukaupta energija padidinus atstumą tarp kairiojo kondensatoriaus plokštelių; A – ieškomas išorinių jėgų atliktas darbas. (3 taškai)

Taigi gauname $A = W' - W_0 - A_{\text{salt}} = \left(\frac{1}{3} - \frac{3}{5} + \frac{8}{15}\right)CU^2 = \frac{4}{15}CU^2$. (1 taškas)

Atkreipsime dėmesį, jog neišskaičius šaltinio atlikto darbo, gautume $A < 0$, kas atitiktų nefizikinę situaciją, kai kondensatoriaus plokštelės stumia viena kitą.

8. Vertikaliame vienalyčiame magnetiniame lauke, kurio indukcija $B = 0,40 \text{ T}$, dviem lengvomis vielytėmis už galų pakabintas masės $m = 100 \text{ g}$ ilgio $l = 65 \text{ cm}$ strypelis. Vielytėmis ir strypeliu leidžiama $I = 2,00 \text{ A}$ stiprio srovė. Kokiu kampu α nuo vertikalės atsilenkia vielytės?

Sprendimas



Brėžiame brėžinį, teisingai parinkdami magnetinio lauko ir srovės kryptis bei vielyčių atsilenkimą. (2 taškai)

Panagrinėjame, kokios jėgos veikia sistemą. Nors vielytes, kuriomis teka srovė, ir veikia magnetinis laukas, bet jėgos priešingos, todėl visai sistemai šios jėgos įtakos neturi. (1 taškas)

Strypelis bus pusiausvyroje, kai jį veikiančių jėgų atstojamoji lygi 0.

(1 taškas)

Strypelį veikia šios jėgos: sunkio jėga mg , vielyčių tempimo jėga T ir magnetinė (Lorenco) jėga F_m – šių visų jėgų atstojamoji lygi 0 (žr. pav.). (2 taškai)

Strypeliu tekančios srovės ir magnetinio lauko kryptys statmenos, todėl $F_m = BIL$. Iš brėžinio aišku, kad $\tan \alpha = \frac{BIL}{mg}$. (2 taškai)

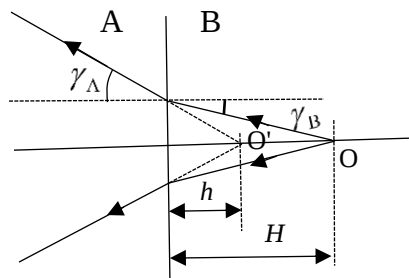
Taigi, $\alpha = \arctg \frac{BIL}{mg} \approx 28^\circ$.

(2 taškas)

9. Žmogus, esantis atstumu $d_1 = 12,0$ cm nuo akvariumo priekinės stiklinės sienelės, kurios storis $d_2 = 3,00$ cm, stebi žuvytę, esančią atstumu $d_3 = 8,00$ cm nuo tos pačios akvariumo sienelės vidinės dalies. Stiklo lūžio rodiklis $n_s = 1,60$, o vandens $n_v = 1,33$. Žmogus žiūri į žuvelę statmenai akvariumo sieniei. Koku atstumu nuo žmogaus x_1 jam atrodo esanti žuvelė? Koku atstumu nuo žuvelės x_2 jai atrodo esantis žmogus?

Pastaba: Galima pasinaudoti apytikriu sąryšiu $\sin \alpha \approx \tan \alpha$, jei $\alpha \ll 1$.

Sprendimas



Jei yra plokščia riba tarp dviejų skirtingų aplinkų, kurių lūžio rodikliai n_A ir n_B , tai spinduliai, sklindantys iš objekto O, esančio aplinkoje B, į aplinką A, lūžta pagal Snelliaus (lūžimo)

dėsnyį taip, kad (žr. pav.) $\frac{\sin \gamma_A}{\sin \gamma_B} = \frac{n_B}{n_A}$. Pav. parodytas atvejis,

kai $n_B > n_A$.

Brėžinys – (1 taškas)

Tada žiūrint iš aplinkos A atrodys, kad spinduliai sklinda iš taško O', esančio ne atstumu H nuo aplinkų ribos, o atstumu h. Galime rasti ryšį tarp h ir H.

Pasinaudojame minėtu Snelliaus dėsnio ir tuo, kad kritimo ir lūžio kampai nedideli, t.y.

$$\frac{\sin \gamma_A}{\sin \gamma_B} = \frac{n_B}{n_A} \approx \frac{\operatorname{tg} \gamma_A}{\operatorname{tg} \gamma_B}. \quad (1 \text{ taškas})$$

Tada iš pav. gauname $h \operatorname{tg} \gamma_A = H \operatorname{tg} \gamma_B$, t.y. $h \approx H \frac{n_A}{n_B}$. Pastebėsime, kad $h < H$, jei $n_A < n_B$ (šis atvejis parodytas pav.), ir $h > H$, jei $n_A > n_B$. (1 taškas)

1) Toliau nagrinėjame spindulių eigą, kai yra trys aplinkos su skirtingais lūžio rodikliais. Tai galime atlikti dviem etapais. Jei žmogus žiūri į žuvelę, tai nuo jos spinduliai pirmiausia pasiekia ribą vanduo-stiklas ir formuojasi tarpinis žuvelės atvaizdas atstumu, pvz., x'_1 nuo ribos vanduo-stiklas (pirmas etapas), o po to spinduliai sklinda iš stiklo į orą, minėtam tarpiniam atvaizdui esant stiklo, formuodami galutinį atvaizdą (pvz., atstumu x''_1 nuo ribos oras-stiklas), kurį ir mato žmogus – antras etapas. (2 taškai)

Tada pasinaudoję anksčiau pateikta analize gauname:

$$x'_1 = d_3 \frac{n_s}{n_v}, \quad x''_1 = \left(d_3 \frac{n_s}{n_v} + d_2 \right) \frac{1}{n_s}, \quad \text{ir} \quad x_1 = d_1 + x''_1 = d_1 + \left(d_3 \frac{n_s}{n_v} + d_2 \right) \frac{1}{n_s} \approx 19,9 \text{ cm}. \quad (2 \text{ taškai})$$

2) Analogiškai samprotaujame antruoju atveju, kai stebėtojo vaidmenį atlieka žuvelė. Tada stebimo objekto (žmogaus) tarpinio atvaizdo atstumas nuo ribos oras-stiklas ore $x'_2 = d_1 n_s$, o atstumas nuo galutinio atvaizdo iki ribos stiklas-vanduo stiklo x''_2 lygus

$$x''_2 = \frac{(d_1 n_s + d_2) n_v}{n_s}. \quad (2 \text{ taškai})$$

Tuo būdu galutinis atstumas tarp žuvelės ir stebimo žmogaus

$$x_2 = d_3 + x''_2 = d_3 + \frac{(d_1 n_s + d_2) n_v}{n_s} \approx 26,5 \text{ cm}. \quad (1 \text{ taškas})$$

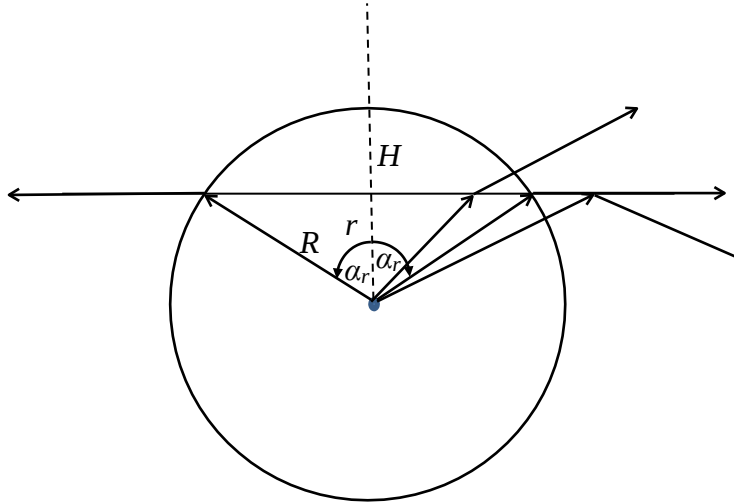
10. Tam tikrame gylyje ežere padėtas taškinis monochromatinis $P = 100 \text{ W}$ galios šviesos šaltinis, tolygiai į visas puses spinduliuojantis $\lambda = 630 \text{ nm}$ bangos ilgio šviesą. Raskite sklindančių iš vandens paviršiaus fotonų skaičių per sekundę. Vandens lūžio rodiklis $n = 1,333$. Į šviesos, sklindančios mažesniu nei visiško atspindžio kampą iš vandens į orą, atspindį galima neatsižvelgti. *Pastaba:* R spindulio sferos nuopjovos, kurios aukštis H , šoninio paviršiaus plotas lygus $M = 2\pi RH$.

Sprendimas

Esantis po vandeniu taškinis monochromatinis šviesos šaltinis spinduliuos šviesą į visas puses erdvėje, tačiau dėl visiško vidaus atspindžio tik dalis šviesos bus išspinduliuota pro vandens paviršių. Formuluoame visiško vidaus atspindžio sąlygą:

$$\sin \alpha_r = \frac{1}{n}, \quad (1 \text{ taškas})$$

Čia α_r – visiško vidaus atspindžio ribinis kampas, n – vandens lūžio rodiklis. Taigi išsireiškiame ribinį kampą: $\alpha_r = \arcsin \frac{1}{n}$.



Brėžiame brėžinį: (2 taškai)

Matyti, kad dėl visiško vidaus atspindžio iš vandens paviršiaus išeis spinduliai tik mažesniu nei ribinio vidaus atspindžio kampu. Mums reikia rasti sferos ploto, pro kurią išeina spinduliai, dalį visos sferos ploto atžvilgiu (sferos nuopjovos plotą). Tai randame iš sferos nuopjovos ploto formulės: $M = 2\pi RH$, čia nuopjovos aukštis

$$H = R - r = R - R \cos \alpha_r = R(1 - \cos \alpha_r) \quad (3 \text{ taškai})$$

(čia $r = R \cos \alpha_r$ – šviesos šaltinio gylis). Taigi, sferos dalies, pro kurią šviesa patenka į orą, plotas

$$\text{lygus } M = 2\pi RH = 2\pi \frac{r^2}{\cos^2 \alpha_r} (1 - \cos \alpha_r).$$

Šio ploto santykis su visu sferos plotu ir atitiks sklindančios į orą šviesos galios santykį su visa šaltinio šviesos galia. Jis lygus

$$\frac{M}{S} = 2\pi \frac{r^2}{\cos^2 \alpha_r} (1 - \cos \alpha_r) \frac{1}{4\pi R^2} = \frac{1 - \cos \alpha_r}{2}. \quad (1 \text{ taškas})$$

$$\text{Vieno fotono energija } E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}. \quad (1 \text{ taškas})$$

Tuomet fotonų, per laiko tarpą $\Delta t = 1 \text{ s}$ sklindančių į orą, skaičius bus

$$N = \frac{M}{S} \frac{\lambda}{hc} P \Delta t = \frac{1 - \cos \left[\arcsin \left(\frac{1}{n} \right) \right]}{2} \frac{\lambda}{hc} P \Delta t \approx 5,4 \cdot 10^{19}. \quad (2 \text{ taškai})$$